SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





FÍSICA

Tema: Análisis dimensional y vectores

Docente: Plana de física

academiacesarvallejo.edu.pe

PROBLEMA 01

Si la ecuación es dimensionalmente homogénea, calcule la dimensione de S en la expresión: $S=cze^{2cmt}$ donde: t: tiempo, z: potencia, m: masa, e: número

A) L^5T^{-4} B) L^3T^{-3} C) L^5T^{-5}
D) L^5T E) L^2T^{-4}

RESOLUCIÓN:

Nos piden: $[S]$

La ecuación planteada es:

$$S = cze^{2cmt}$$

Tomamos ecuación dimensional en ambos miembros.

$$[S] = [c][z][e]^{2cmt}$$

$$[S] = [c]\ ML^2T^{-3}(1)^{2cmt}$$

$$[S] = [c]ML^2T^{-3} \quad ...(1)$$

$2cmt$: cómo es un exponente, entonces es un número.

$$[2cmt] = 1$$

$$[2][c][m][t] = 1$$

$$(1)[c]MT = 1$$

$$[c] = M^{-1}T^{-1}$$

Reemplazando en (1):

$$[S] = (M^{-1}T^{-1})ML^2T^{-3}$$

$$[S] = L^2T^{-4}$$ **Clave: E**

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

PROBLEMA 02

Si la ecuación: $V=\frac{a}{t^2}+\frac{b+h}{c}$ es dimensionalmente correcta, calcule la dimensión de abc, siendo; V: volumen, h: altura, t: tiempo.

A) L^2T^2 B) LT^{-2} C) LT^4
D) L^3T^{-3} E) L^2

RESOLUCIÓN:

Nos piden: $[abc]$

La ecuación planteada es:

$$V=\frac{a}{t^2}+\frac{b+h}{c}$$

Aplicando el principio de homogeneidad a la suma $b+h$.

$$[b]=[h]$$

$$[b]=L$$

También por el principio de homogeneidad:

$$\left[\frac{a}{t^2}\right]=\left[\frac{\overbrace{b+h}^{\text{altura}}}{c}\right]$$

$$\frac{[a]}{T^2}=\frac{L}{[c]}$$

$$[ac]=LT^2$$

$$[abc]=L\times LT^2$$

$$[abc]=L^2T^2$$

Clave: A

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

PROBLEMA 03

Si la ecuación dimensional: $mv^2 sen(\omega y - \varphi) = \pi \frac{\sqrt{x}}{y^2}$ es homogénea. Calcule las dimensiones de x e y, siendo: m: masa, v: velocidad, ω: velocidad angular.

A) $L^4M^2; T$
B) $L^4M^2; T^{-2}$
C) $L^{-4}M^2; T^{-1}$
D) $L^4M^{-2}; T^{-1}$
E) $L^{-4}M^2; T$

RESOLUCIÓN:

Nos piden: $[x]$ e $[y]$

La ecuación planteada es:

$$mv^2 sen(\omega y - \varphi) = \pi \frac{\sqrt{x}}{y^2}$$

Tomamos ecuación dimensional en ambos miembros.

$$[m][v]^2[sen(\omega y - \varphi)] = \left[\pi \frac{\sqrt{x}}{y^2}\right]$$

$$M(LT^{-1})^2(1) = (1)\frac{\sqrt{[x]}}{[y]^2}$$

$$ML^2T^{-2}[y]^2 = \sqrt{[x]} \quad ...(1)$$

ωy,es un ángulo.

$$[\omega y] = 1$$

$$T^{-1}[y] = 1$$

$$[y] = T$$

Reemplazando en (I).

$$ML^2T^{-2}(T^2) = \sqrt{[x]}$$

$$ML^2 = \sqrt{[x]}$$

Elevando al cuadrado:

$$M^2L^4 = [x]$$

$L^4M^2; T$ **Clave: A**

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

PROBLEMA 04

Dada la fórmula dimensionalmente correcta: $K^2=\frac{8\gamma^3 Q}{\eta}$.Calcule la unidad de K. Q: caudal, η: viscosidad (Pascal · segundo) γ: tensión superficial (Newton/metro).

A) Newton B) segundo C) Watt
D) Joule E) Pascal

RESOLUCIÓN:

Nos piden las unidades de K:

$$K^2=\frac{8\gamma^3 Q}{\eta}$$

Tomamos ecuación dimensional en ambos miembros.

$$[K]^2=\frac{[8][\gamma]^3[Q]}{[\eta]} \quad \text{...(1)}$$

- $[\gamma]=\frac{MLT^{-2}}{L}=MT^{-2}$
- $[\eta]=ML^{-1}T^{-2}(T)=ML^{-1}T^{-1}$
- $[Q]=\frac{L^3}{T}=L^3T^{-1}$

Reemplazando en (I).

$$[K]^2=\frac{(1)(MT^{-2})^3(L^3T^{-1})}{ML^{-1}T^{-1}}$$

$$[K]^2=\frac{M^3T^{-6}(L^3T^{-1})}{ML^{-1}T^{-1}}$$

$$[K]^2=M^2L^4T^{-6}$$

$$[K]=ML^2T^{-3}$$

Esta ecuación dimensional corresponde a la potencia, entonces la unidad de K es el Watt

$Watt$ **Clave: C**

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

PROBLEMA 05

La ecuación que permite calcular el caudal (Q) del escape de agua por un orificio es la siguiente: $Q=\frac{CA}{\sqrt{1-(A/B)^2}}\sqrt{\frac{2g(P_1-R)}{\gamma}}$. Siendo las unidades de $Q=m^3/s$ calcule las dimensiones de B, C siendo: A: área del tubo, g: aceleración de la gravedad, P_1: presión del tubo, γ: peso específico.

A) $L^2; T^{-2}$ B) $L^3; L$ C) $T^{-2}; L$
D) $L^2; T^{-1}$ E) $L^2; 1$

RESOLUCIÓN:

Nos piden: $[B]$ y $[C]$

$$Q=\frac{CA}{\sqrt{1-(A/B)^2}}\sqrt{\frac{2g(P_1-R)}{\gamma}}$$

número

$$\left[\frac{A}{B}\right]^2=1$$

$$[B]=[A]$$

$$[B]=L^2$$

- $[\gamma]=ML^{-3}(LT^{-2})=ML^{-2}T^{-2}$

Tomamos ecuación dimensional a toda la ecuación dada.

presión

$$[Q]=\frac{[C][A]}{\left[\sqrt{1-(A/B)^2}\right]}\sqrt{\frac{[2][g][P_1-R]}{[\gamma]}}$$

número

$$L^3T^{-1}=\frac{[C]L^2}{1}\sqrt{\frac{(1)LT^{-2}(ML^{-1}T^{-2})}{ML^{-2}T^{-2}}}$$

$$L^3T^{-1}=[C]L^2\sqrt{L^2T^{-2}}$$

$$LT^{-1}=[C]LT^{-1}$$

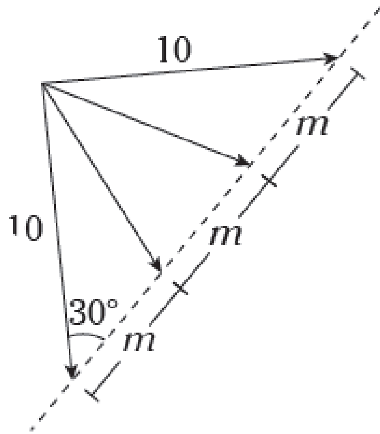
$$[C]=1$$

$L^2; 1$ ***Clave: E***

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

PROBLEMA 06

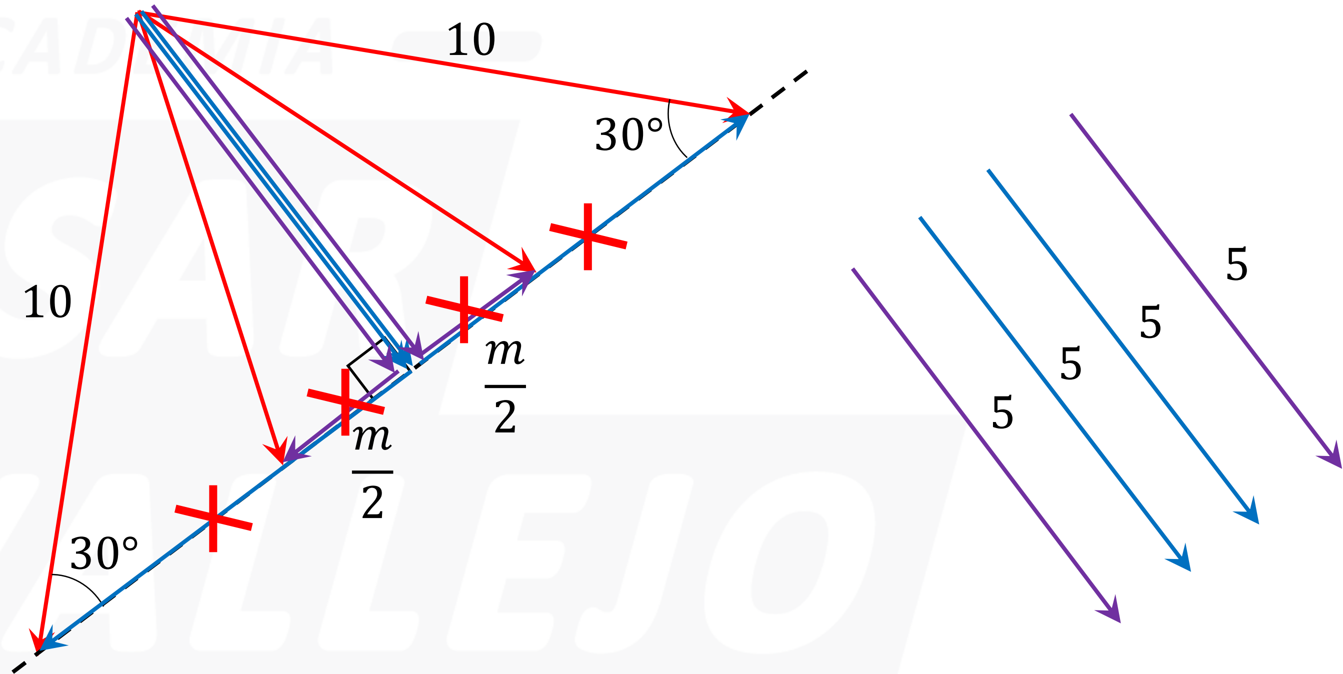
Se muestran 4 vectores en el plano, determine el módulo del vector resultante.



A) 15
B) 20
C) 25
D) 30
E) 40

RESOLUCIÓN:

Nos piden el módulo de la resultante.



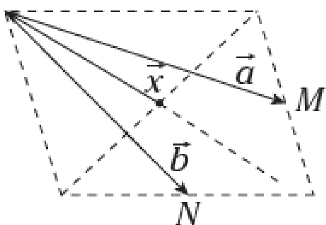
$R = 20$

Clave*: *B

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

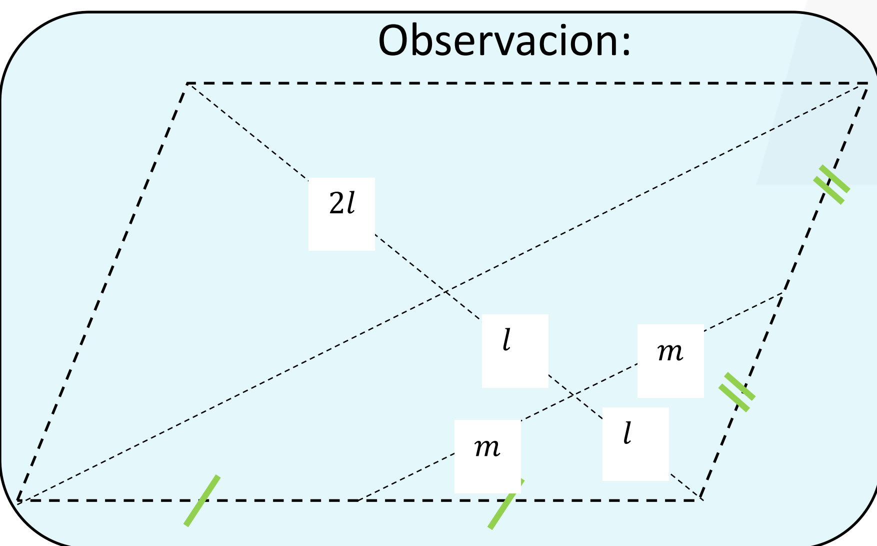
PROBLEMA 7

En el paralelogramo mostrado, determine $\vec{x}$ en función de $\vec{a}$ y $\vec{b}$, sabiendo que M y N son puntos medios.



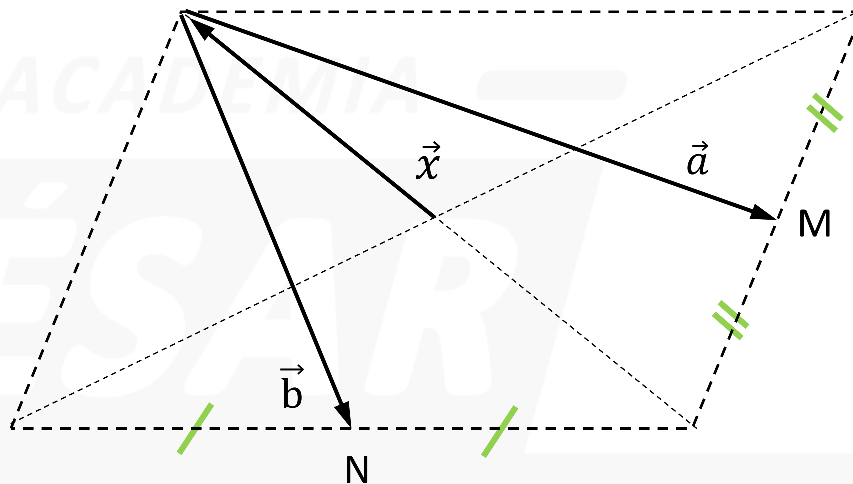
A) $2(\vec{a}+\vec{b})$ B) $\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b})$ C) $2(\vec{a}-\vec{b})$

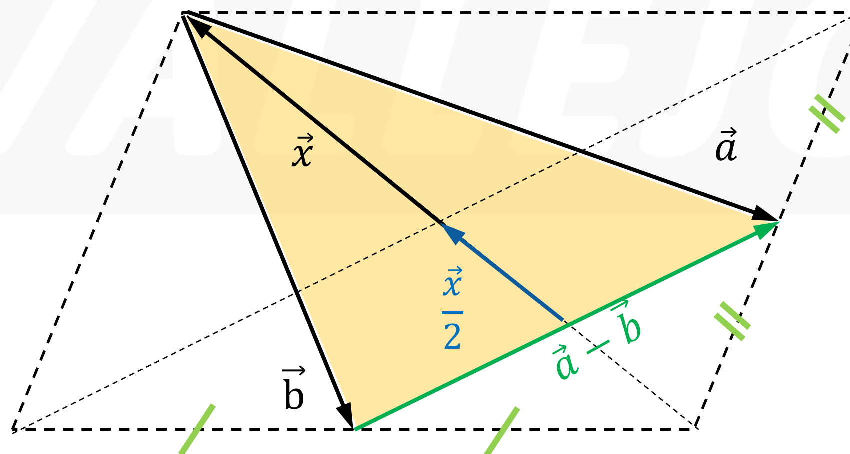
D) $-\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b})$ E) $\frac{1}{4}(\vec{a}+\vec{b})$

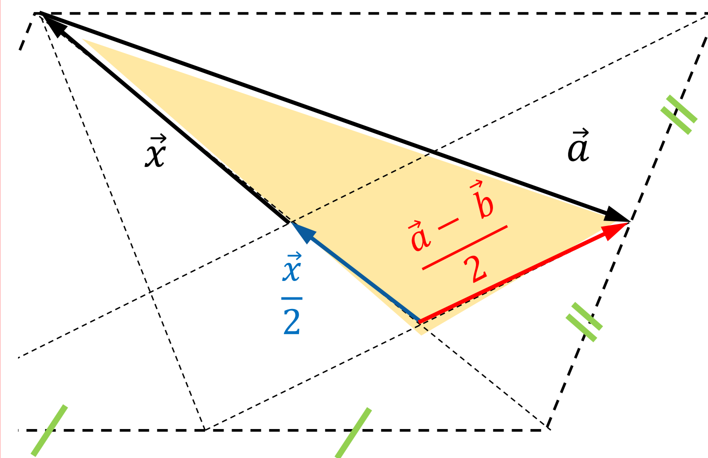


RESOLUCIÓN:

Nos piden $\vec{x}$ en función de $\vec{a}$ y $\vec{b}$.







De la figura:

$$\vec{x} + \frac{\vec{x}}{2} + \vec{a} = \frac{\vec{a}-\vec{b}}{2}$$

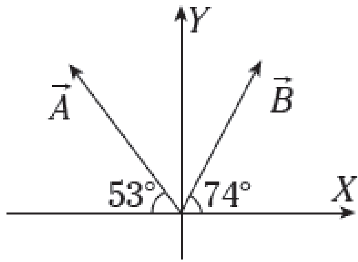
$$\vec{x} = -\frac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b})$$

Clave: D

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

PROBLEMA 8

En el gráfico se muestran los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, donde $|\vec{A}|=5$ u y $|\vec{B}|=10$ u. Si $\vec{C}=\vec{A}-\vec{B}$ y $\vec{D}=\vec{A}+\vec{B}$, calcule el producto escalar (en u^2) de los vectores $\vec{C}$ y $\vec{D}$.



A) 60 B) −50 C) 45
D) −75 E) 90

RESOLUCIÓN:

Nos piden el producto escalar de $\vec{C}$ y $\vec{D}$

$$\vec{C}\,.\,\vec{D} = (\vec{A}-\vec{B}).(\vec{A}+\vec{B})$$

$$\vec{C}\,.\,\vec{D} = \underbrace{\vec{A}.\vec{A}}+\underbrace{\vec{A}.\vec{B}}-\vec{B}.\vec{A}-\underbrace{\vec{B}.\vec{B}}$$

$$\vec{C}\,.\,\vec{D} = A^2 + \vec{B}.\vec{A} - \vec{B}.\vec{A} - B^2$$

$$\vec{C}\,.\,\vec{D} = 5^2 - 10^2$$

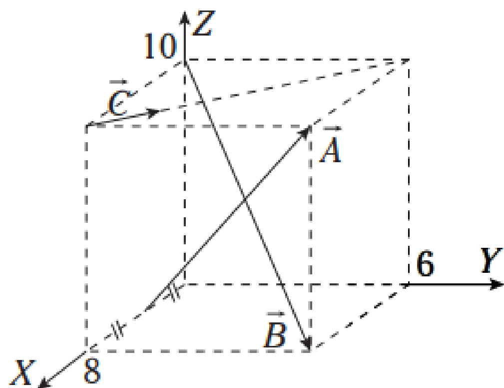
$$\vec{C}\,.\,\vec{D} = -75$$

Clave*: *D

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

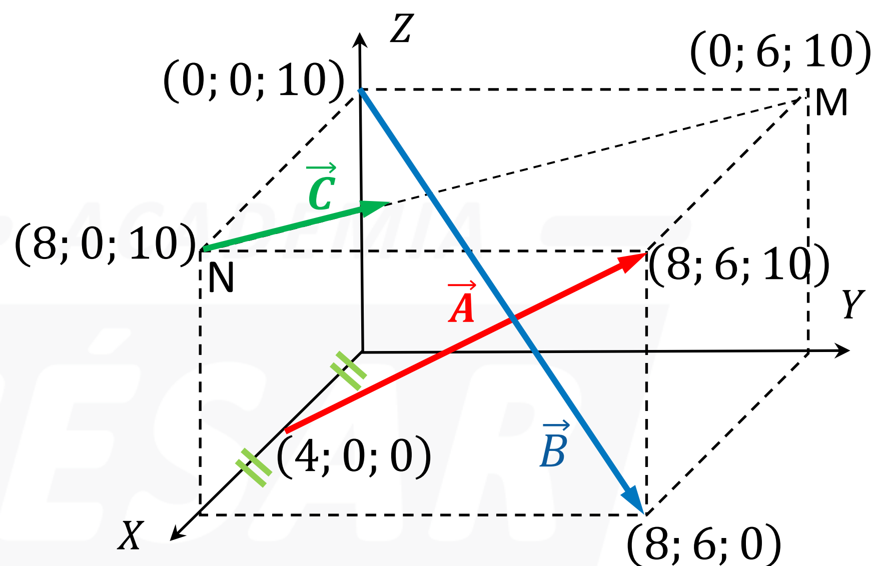
PROBLEMA 9

Determine $\vec{C}$ en el paralelepípedo mostrado. Si $(\vec{A}+\vec{B})\cdot\vec{C}=-6$



A) $2\hat{\imath}-3\hat{\jmath}$ B) $2\hat{\imath}+3\hat{\jmath}$ C) $-3\hat{\imath}+2\hat{\jmath}$
D) $-2\hat{\imath}-1{,}5\hat{\jmath}$ E) $-2\hat{\imath}+1{,}5\hat{\jmath}$

RESOLUCIÓN: Nos piden $\vec{C}$



Previamente:

$$\vec{A} = (8;6;10) - (4;0;0) = (4;6;10)$$

$$\vec{B} = (8;6;0) - (0;0;10) = (8;6;-10)$$

$$\vec{C} = C\vec{u}_{NM} = C\,\frac{\overrightarrow{NM}}{NM} \;...(1)$$

Luego:

$$\overrightarrow{NM} = (0;6;10) - (8;0;10) = (-8;6;0)$$

$$NM = \sqrt{(-8)^2+6^2+0^2}$$

$$NM = 10$$

Remplazando en (1):

$$\vec{C} = C\,(-0{,}8;0{,}6;0) \;..(2)$$

Dato:

$$(\vec{A}+\vec{B}).\vec{C} = -6$$

$$(12;12;0).\,C\,(-0{,}8;0{,}6;0) = -6$$

$$C\;(12;12;0).\,(-0{,}8;0{,}6;0) = -6$$

$$C = 2{,}5$$

Remplazando en (2):

$$\vec{C} = (2{,}5)(-0{,}8;0{,}6;0)$$

$$\vec{C} = (-2\,;1{,}5\,;0)$$

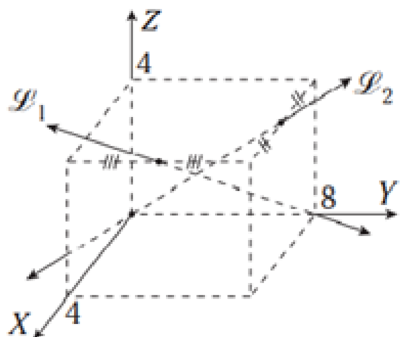
$$\boxed{\vec{C} = -2\hat{\imath} + 1{,}5\hat{\jmath}}$$

Clave*: *E

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

PROBLEMA 10

En el paralelepípedo mostrado, determine el ángulo entre las rectas $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_1}$ y $\overleftrightarrow{\mathscr{L}_2}$.



A) $\arccos\left(\frac{\sqrt{7}}{21}\right)$

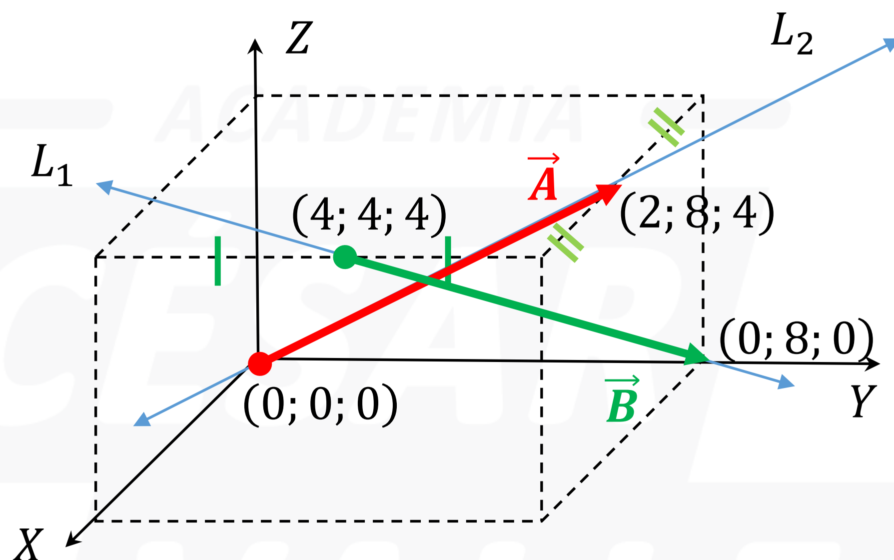
B) $\arccos\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right)$

C) $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

D) $\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{7}\right)$

E) $\arccos\left(\sqrt{7}\right)$

RESOLUCIÓN: Nos piden el ángulo entre las rectas L_1 y L_2: θ



Sean los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ contenidos en las rectas L_2 y L_1 respectivamente, entonces θ es el ángulo entre $\vec{A}$ y $\vec{B}$

Luego:

$$\vec{A}\,.\,\vec{B} = AB\cos\theta \quad ...(1)$$

$$\vec{A} = (2;8;4) - (0;0;0) = (2;8;4)$$

$$A = \sqrt{2^2+8^2+4^2} = 2\sqrt{21}$$

$$\vec{B} = (0;8;0) - (4;4;4) = (-4;4;-4)$$

$$B = \sqrt{(-4)^2+4^2+(-4)^2} = 4\sqrt{3}$$

Remplazando en (1):

$$(2;8;4).(-4;4;-4) = (2\sqrt{21})(4\sqrt{3})\cos\theta$$

$$8 = 24\sqrt{7}\cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{7}}{21}$$

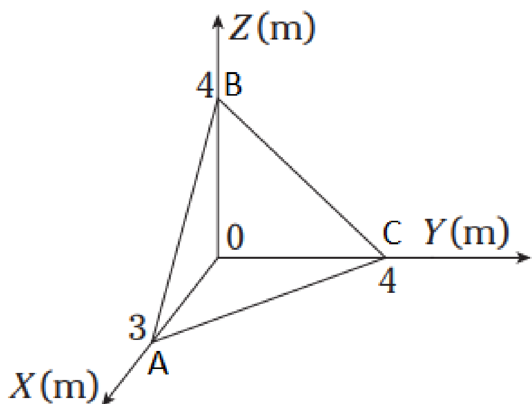
$$\theta = arcCos\theta\left(\frac{\sqrt{7}}{21}\right)$$

Clave: A

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

PROBLEMA 11

Determine el área de la superficie ABC de la pirámide con base en el plano $x-y$.



A) $2\sqrt{34}\ \text{m}^2$

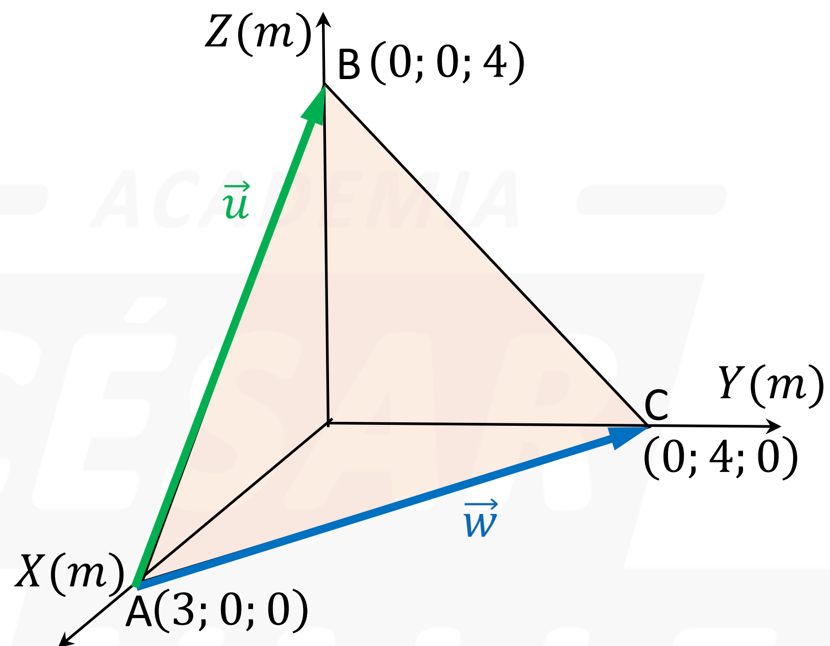
B) $\left(18+2\sqrt{34}\right)\ \text{m}^2$

C) $\left(9+\sqrt{17}\right)\ \text{m}^2$

D) $4\sqrt{17}\ \text{m}^2$

E) $\left(18-\sqrt{17}\right)\ \text{m}^2$

RESOLUCIÓN:



Nos piden el área de la superficie triangular ABC: $\mathbb{A}$

Sea los vectores: $\vec{u}$ y $\vec{w}$, entonces

$$\mathbb{A} = \frac{|\vec{u}\times\vec{w}|}{2}\ ...\ (1)$$

$$\vec{u} = (0;0;4) - (3;0;0) = (\mathbf{-3};\mathbf{0};\mathbf{4})$$

$$\vec{w} = (0;4;0) - (3;0;0) = (\mathbf{-3};\mathbf{4};\mathbf{0})$$

$$\vec{u}\times\vec{w} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ -3 & 0 & 4 \\ -3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$$

Resolviendo:

$$\vec{u}\times\vec{w} = -16\hat{\imath} - 12\hat{\jmath} - 12\hat{k}$$

$$|\vec{u}\times\vec{w}| = \sqrt{(-16)^2+(-12)^2+(-12)^2}$$

$$|\vec{u}\times\vec{w}| = 4\sqrt{34}\ ...\ (2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$\mathbb{A} = \frac{4\sqrt{34}}{2}$$

$$\boxed{\mathbb{A} = 2\sqrt{34}\ m^2}$$

Clave: *A*

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

PROBLEMA 12

El volumen de un tetraedro es 5 u^3 sí tres de sus vértices son los puntos: (2; 1; –1), (3; 0; 1) y (2; –1; 3). Determine las coordenadas del cuarto punto si se sabe que está en el eje Y.

A) (0; 7; 0)
B) (0; –6; 0)
C) (–2; 6; 0)
D) (1; –7; 0)
E) (0; 8; 0)

Observación:

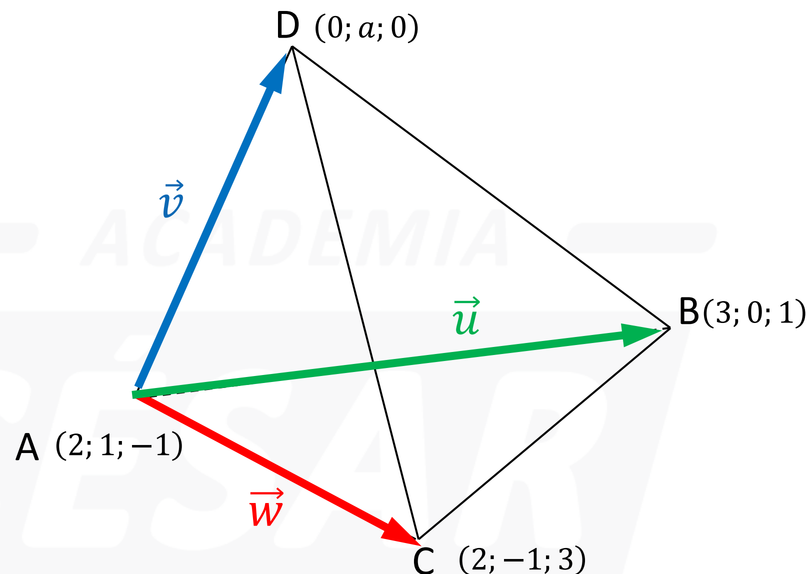
El volumen del tetraedro en función del producto mixto de $\vec{u}, \vec{w}$ y $\vec{v}$, es:

$$V = \frac{\vec{u}.(\vec{v} \times \vec{w})}{6}$$

Donde:

$$\vec{u}.(\vec{v} \times \vec{w}) = \begin{vmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{vmatrix}$$

RESOLUCIÓN:



Nos piden las coordenadas del punto D, y como esta en el eje **Y** será:

$$D = (0; a; 0) \quad ...(1)$$

Del dato, el volumen del tetraedro es:

$$V = 5$$

$$\frac{\vec{u}.(\vec{v} \times \vec{w})}{6} = 5 \quad ...(2)$$

De la figura:

$$\vec{u} = (3; 0; 1) - (2; -1; 0) = (1; -1; 2)$$

$$\vec{v} = (0; a; 0) - (2; 1; -1) = (-2; a-1; 1)$$

$$\vec{w} = (2; -1; 3) - (2; 1; -1) = (0; -2; 4)$$

$$\vec{u}.(\vec{v} \times \vec{w}) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & a-1 & 1 \\ 0 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\vec{u}.(\vec{v} \times \vec{w}) = 4a - 2$$

Remplazando en (2): $\frac{4a-2}{6} = 5$

$$a = 8 \quad ...(3)$$

Remplazando (3) en (1):

D = (0; 8; 0) ***Clave: E***

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO



GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe